Statistika
Materi 04: **Pengertian Peluang**

Haryadi
Prodi Ilmu Komputer

Universitas Muhammadiyah Palangka Raya

October 5, 2025

1 Ruang Sampel

Suatu eksperimen dilaksanakan dengan tujuan untuk memperoleh hasil (outcome). **Eksperimen random** adalah suatu eksperimen yang dapat dilakukan berkali-kali pada kondisi yang sama dan hasilnya tidak dapat ditentukan secara pasti sebelum eksperimen tersebut selesai. Ini berarti hasil yang akan terjadi dari suatu eksperimen random mengandung suatu ketidakpastian. Meskipun hasil suatu eksperimen random tidak dengan secara pasti dapat ditentukan, namun masih dapat ditentukan semua hasil yang mungkin terjadi.

Definisi 1. Ruang rsampel, *dituliskan S, dari suatu eksperimen random adalah himpunan semua hasil (outcome) yang mungkin terjadi.*

Definisi 2. Peristiwa (event) *E adalah himpunan bagian dari ruang sampel S. Peristiwa E dikatakan terjadi, jika E memiliki anggota.*

Selanjutnya peristiwa akan dituliskan dangan huruf A, B, C, D, E, F dan sebagainya. Karena peristiwa adalah himpunan, maka dua peristiwa atau lebih dapat dioperasikan dengan operasi himpunan. Operasi himpunan ini memiliki makna yang didefinisikan dalam definisi berikut.

Definisi 3. *Diketahui S ruang sampel.*

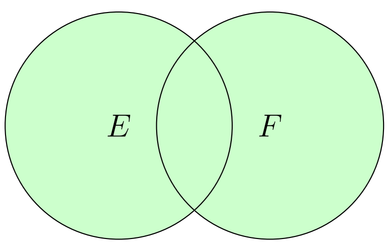
(i) Peristiwa $E \cup F$ adalah peristiwa terjadinya E atau F.

(ii) Peristiwa $E \cap F$ adalah peristiwa terjadinya E dan F.

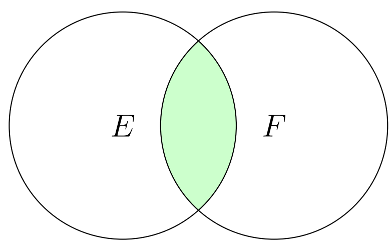
(iii) Peristiwa E^c adalah peritstiwa tidak terjadinya E.

(iv) Dua peristiwa E dan F dikatakan **saling asing** *(mutually exclusive) jika $E \cap F = \emptyset$, yakni jika kedua peristiwa tidak memiliki anggota bersama.*

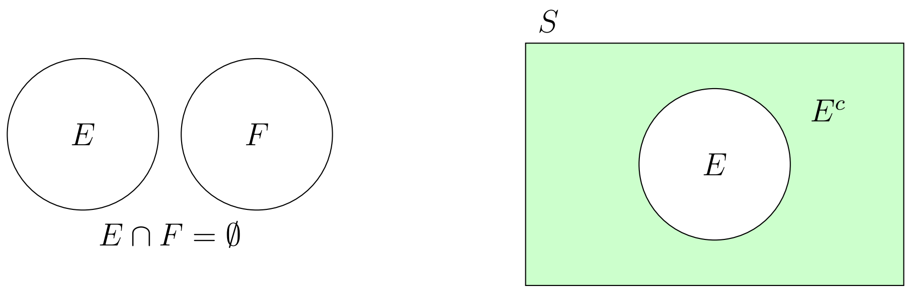
Keempat peristiwa di dalam Definisi 3 diilustrasikan pada diagram Venn berikut.



$E \cup F$



$E \cap F$



Gambar 1: Operasi pada peristiwa

Definisi 4. Peristiwa elementer *adalah peristiwa yang memiliki tepat satu anggota.*

Contoh 1. Suatu eksperimen random melontarkan dua keping uang logam satu kali. Peristiwa yang diamati adalah terjadinya sisi keping uang yang menghadap ke atas. Diasumsikan sisi pertama betuliskan angka dan sisi lainnya berupa gambar.

Jika sisi angka dituliskan a dan sisi gambar dituliskan g, maka ruang sampelnya adalah

$$S = \{aa, ag, ga, gg\},$$

dimana notasi ag misalnya, menyatakan sisi angka pada keping pertama dan sisi gambar keping kedua.

Jika E adalah peristiwa terjadinya sisi angka tepat satu kali, maka dapat dituliskan

$$E = \{ag, ga\}.$$

Jika F peristiwa terjadinya sisi gambar setidaknya satu kali, maka dapat dituliskan

$$F = \{ag, ga, gg\}.$$

Peristiwa $E \cap F$ berarti peristiwa terjadi sisi angka sebanyak satu kali dan gambar satu kali, yaitu

$$E \cap F = \{ag, ga\}.$$

Peristiwa E^c menyatakan peristiwa tidak terjadinya E, yaitu tidak terjadinya sisi angka sebanyak satu kali, dan dapat dituliskan

$$E^c = \{gg, aa\}.$$

Peristiwa elementernya adalah $\{ag\}, \{ga\}, \{aa\}$, dan $\{gg\}$.

Contoh 2. Sebuah dadu dilontarkan satu kali dan diamati banyaknya spot sisi yang menghadap ke atas. Ruang sampelnya dapat dituliskan

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Peristiwa elementernya adalah $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$ dan $\{6\}$.
Jika A peristiwa terjadinya sisi genap dan B peristiwa terjadinya sisi ganjil, yaitu

$$A = \{2, 4, 6\}$$
$$B = \{1, 3, 5\},$$

maka A dan B merupakan peristiwa yang saling asing, karena $A \cap B = \emptyset$.

Contoh 3. Satu keping uang logam dilontarkan tiga kali. Ruang sampelnya adalah

$$S = \{aaa, aag, aga, gaa, agg, gag, gga, ggg\}.$$

Jika E adalah peristiwa terjadinya sisi angka paling banyak satu kali, maka dapat dituliskan

$$E = \{agg, gag, gga, ggg\}.$$

Jika F adalah peristiwa terjadinya sisi gambar satu kali, maka dapat dituliskan

$$F = \{aag, aga, gaa\}.$$

Peristiwa $E \cup F$ adalah peristiwa terjadinya sisi angka paling banyak satu kali atau peristiwa terjadinya sisi gambar satu kali. Jadi

$$E \cup F = \{agg, gag, gga, ggg, aag, aga, gaa\}.$$

Contoh 4. Sebuah dadu dilontarkan dua kali. Pasangan (a, b) menyatakan sisi yang terjadi pada lontaran a dan pada lontaran kedua b. Ruang sampelnya adalah

$$\begin{aligned} S \; = \{ \; & (1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6), \\ & (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6), \\ & (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6), \\ & (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6), \\ & (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6), \\ & (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}. \end{aligned}$$

Jika E peristiwa terjadinya jumlah kedua lontaran 10, maka dapat dituliskan

$$E = \{(4,6),(5,5),(6,4)\}.$$

Jika F peristiwa terjadinya lontaran pertama spot 4, maka dapat dituliskan

$$F = \{(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6)\}.$$

Contoh 5. Misalkan ingin diketahui ketinggian sebuah roket yang ditembakan dari permukaan bumi. Ruang sampelnya adalah semua bilangan pada interval 0 sampai dengan tak hingga,

$$S = \{x : 0 \leq x < \textit{tak hingga}\}.$$

Ruang sampel pada contoh ini memiliki tak hingga anggota.

2 Peluang

Didalam suatu percobaan random, akan terjadinya suatu peristiwa tidak dapat ditentukan secara pasti. Tingkat kepastian atau ketidakpastian ini diukur dengan suatu ukuran yang dinamakan **peluang** (*probability*).

Definisi 5 (Pendekatan klasik)**.** *Diketahui peristiwa E dapat terjadi dalam n cara berbeda dari seluruh N cara yang semuanya memiliki kemungkinan sama. Peluang peristiwa E, dituliskan $P(E)$, adalah*

$$P(E) = \frac{n}{N}.$$

Pengertian peluang secara klasik mengandung arti bahwa setiap peristiwa elementer memiliki peluang yang sama, yaitu sebesar $\frac{1}{N}$.

Contoh 6. Sebuah mangkok berisi 5 bola merah dan 4 bola biru. Dari mangkok tersebut diambil tanpa pilih-pilih sebuah bola. Berapa peluang terambilnya (a) bola merah, (b) bola biru ?

Penyelesaian. Misalnya n_1 dan n_2 berturut-turut menyatakan banyaknya bola merah dan biru, jadi $n_1 = 5$ dan $n_2 = 4$. Seluruhnya ada $N = 5 + 4$ cara mengambil satu bola dari mangkok tersebut.

(a) Peluang terambilnya bola merah adalah

$$P(merah) = \frac{n_1}{N} = \frac{5}{9}.$$

(b) Peluang terambilnya bola biru adalah

$$P(biru) = \frac{n_2}{N} = \frac{4}{9}.$$

Definisi 6 (Pendekatan frekuensi)**.** *Jika setelah diulang N percobaan, dengan N besar, suatu peristiwa diketahui terjadi n kali, maka peluang peristiwa tersebut adalah n/N.*

Contoh 7. Jika satu keping uang logam dilontarkan 1000 kali dan diperoleh sisi gambar terjadi 512 kali, maka peluang terjadinya sisi gambar adalah $512/1000 = 0.512$.

Pada kenyataannya tidak semua peristiwa elementer memiliki peluang yang sama, misalnya peluang sebuah mesin jet macet tentu tidak sama dengan peluang mesin tersebut tidak macet. Oleh karena itu pengertian klasik peluang kurang tepat untuk berbagai fenomena yang terjadi sehari-hari.

Perhatikan bahwa pada pengertian klasik, banyaknya anggota ruang sampel berhingga. Pada kenyataannya ada ruang sampel yang jumlah anggotanya tak hingga. Ini berarti pengertian klasik peluang tidak dapat digunakan jika banyaknya anggota ruang sampel tak hingga.

Definisi 7. *Diketahui S ruang sampel. Untuk setiap peristiwa E dihubungkan dengan suatu bilangan yang dituliskan $P(E)$ yang memenuhi sifat-sifat berikut:*

(1) $0 \le P(E) \le 1$.

(2) $P(S) = 1$.

(3) $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \cdots) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) + \cdots$, *dengan* $E_1, E_2, E_3, \cdots$ *adalah peristiwa yang saling asing.*

Jika P memenuhi ketiga sifat, maka P dinamakan peluang, dan $P(E)$ dinamakan peluang terjadinya peristiwa E.

Sifat (1) menyatakan bahwa peluang suatu peristiwa adalah suatu nilai numerik yang besarnya dari 0 hingga 1. Sifat (2) menyatakan bahwa perstiwa terjadinya ruang sampel adalah pasti, dan sifat (3) menyatakan bahwa peluang gabungan peristiwa yang saling asing sama dengan jumlah peluang masing-masing peristiwa.

Dari definisi di atas, peluang P merupakan fungsi dengan domain ruang sampel dan range interval $[0, 1]$, yakni $P : S \to [0, 1]$ dengan dilengkapi sifat-sifat didalam Definisi 7.

Peluang merupakan ukuran numerik kemungkinan terjadinya suatu peristiwa. Nilai peluang yang mendekati satu berarti semakin besar kemungkinan persistiwa tersebut terjadi. Sebaliknya jika peluang suatu peristiwa mendekati nilai nol, berarti semakin kecil kemungkinan peristiwa tersebut terjadi. Jika suatu peristiwa memiliki peluang 1 artinya peristiwa tersebut pasti terjadi, sedangkan jika suatu peristiwa memiliki peluang 0 artinya peristiwa tersebut tidak mungkin terjadi.

Contoh 8. Frekuensi relatif pada tabel frekuesi distribusi merupakan peluang. Pada kolom tersebut, nilai frekiensi relatif berada pada interval 0 hingga 1, jumlah semua frekuensi relatif adalah 1 dan frekuensi relatif gabungan kelas interval sama dengan jumlah frekuensi relatif kelas interval.

Contoh 9. Tiga keping uang dilontarkan satu kali dan diamati sisi yang menghadap ke atas. Ruang sampelnya adalah

$$S = \{aaa, aag, aga, gaa, agg, gag, gga, ggg\}.$$

Dianggap setiap peristiwa elementer memiliki peluang sama, yaitu $\frac{1}{8}$. Jika E menyatakan peristiwa terjadinya sisi angka satu kali dan F menyatakan peristiwa terjadinya sisi gambar paling sedikit dua kali, maka E dan F dapat dituliskan

$$E = \{agg, gga, gag\} \quad \text{dan} \quad F = \{ggg, gga, gag, agg\}.$$

$$\begin{aligned}
P(E) &= P(agg, gga, gag) \\
&= P(agg) + P(gga) + P(gag) \\
&= \tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{8} \\
&= \tfrac{3}{8}. \\
P(F) &= P(ggg, gga, gag, agg) \\
&= P(ggg) + P(gga) + P(gag) + P(agg) \\
&= \tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{8} \\
&= \tfrac{1}{2}.
\end{aligned}$$

Berdasarkan definisi peluang, dapat dibuktikan teorema berikut.

Teorema 1. *Diberikan ruang sampel S.*

(a) Jika $E \subset F$ maka $P(E) \leq P(F)$.

(b) Untuk sebarang peristiwa E berlaku $P(E^c) = 1 - P(E)$.

(c) $P(\emptyset) = 0$, dengan $\emptyset$ himpunan kosong.

(d) $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(E \cap F)$.

Contoh 10. Diberikan ruang sampel $S = \{a, b, c, d\}$. Jika $P(\{a\}) = \frac{1}{3}$, $P(\{b\}) = \frac{1}{4}$ dan $P(\{c\}) = \frac{1}{4}$, carilah $P(\{d\})$.

Penyelesaian. Misalkan $E = \{a, b, c\}$. Jadi $E^c = \{d\}$. Oleh karena itu

$$\begin{aligned} P(\{d\}) &= P(E^c) \\ &= 1 - P(E) \qquad (\text{ Teorema 1 (b)}) \\ &= 1 - P(\{a, b, c\}) \\ &= 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) \\ &= \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

Contoh 11. Diketahui S ruang sampel pada Contoh 4. Misalkan peluang setiap peristiwa elementer adalah $\frac{1}{36}$. Jika $E = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (4, 1), (5, 1)\}$ dan $F = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2)\}$, maka $P(E) = \frac{5}{36}$, $P(F) = \frac{3}{36}$ dan $P(E \cap F) = \frac{1}{36}$. Oleh karena itu

$$P(E \cup F) = \frac{5}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{7}{36}.$$

Contoh 12. Sebuah mangkok berisi 10 kelereng merah, 30 kelereng putih, 25 kelereng biru dan 15 kelereng orange. Akan diambil satu kelereng. Berapa peluang terambilnya kelereng

(a) putih

(b) orange atau merah

(c) bukan biru

(d) merah, putih atau biru

(e) bukan merah dan bukan biru

Penyelesaian. Misalkan M, P, B dan O berturut-turut menyatakan kelereng warna merah, putih, biru dan orange. Banyaknya seluruh kelereng adalah $10 + 30 + 25 + 15 = 80$.

(a) $P(P) = \frac{30}{80} = 0.375$.

(b) $P(O \cup M) = \frac{15+10}{80} = 0.3125$.

(c) $P(B^c) = 1 - P(B) = 1 - \frac{25}{80} = 1 - 0.3125 = 0.6875$.

(d) $P(M \cup P \cup B) = \frac{10+30+25}{80} = 0.8125$.

(e) $P(M^c \cap B^c) = P((M \cup B)^c) = 1 - P(M \cup B) = 1 - \frac{10+25}{80} = 0.5625$.

Tugas

Diupload paling lambat sebelum pekuliahan minggu berikutnya.

1. Diberikan peristiwa A dan B. Gambarkan diagram Venn yang menyatakan
   (a) Peristiwa A atau B tidak terjadi.
   (b) Baik peristiwa A maupun B tidak terjadi.

2. Diberikan peristiwa A, B dan C. Gambarkan diagram Venn yang menyatakan
   (a) A dan B terjadi, tetapi C tidak terjadi.
   (b) A atau C terjadi, tetapi B tidak terjadi.

3. Sekeping uang logam dan sebuah dadu dilontarkan satu kali.
   (a) Tulsikan ruang sampelnya.
   (b) Daftarkan semua anggota persitiwa-peristiwa berikut:

   $$\begin{aligned} A &= \text{sisi gambar keping uang logam dan sisi genap mata dadu} \\ B &= \text{sisi ganjil mata dadu} \end{aligned}$$

   (c) Carilah peristiwa $A \cup B$, $A \cup B$ dan A^c.

4. Tiga mahasiswa A, B dan C melakukan balapan lari. Mahasiswa A dan B memiliki peluang sama untuk menang dan kedua mahasiswa ini memiliki peluang dua kali peluang C untuk menang. Carilah peluang B atau C menang.